Cauchy problems of the first and the second order in a Hilbert space. We find sufficient conditions for these estimates in terms of the sourcewise index of the solution, and also necessary conditions which are close to the sufficient ones.
Keywords: ill–posed Cauchy problem, Hilbert space, finite-difference scheme, rate of convergence.

УДК 517.542

КОНФОРМНОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ НА КРУГОВОЙ МНОГОУГОЛЬНИК

И.А. Колесников[1]

1 *ia.kolesnikov@mail.ru*; Национальный исследовательский Томский государственный университет

В работе получено интегро-дифференциальное уравнение для отображения комплексной полуплоскости на круговой многоугольник. С помощью этого уравнения и дифференциального уравнения Шварца записано представление для акцессорных параметров M_k.

Ключевые слова: конформное отображение, акцессорные параметры, круговой многоугольник.

Пусть Δ – круговой n-угольник с вершинами в точках $A_1, A_2, \ldots, A_n$, $\alpha_1\pi, \alpha_2\pi, \ldots, \alpha_n\pi$ – углы при этих вершинах. Пусть сторона A_1A_n кругового n-угольника Δ лежит на вещественной оси. Кривая $L = \{\zeta : \zeta = \zeta(\tau), \tau \in [t_1, t_n]\} = \partial\Delta \backslash (A_1, A_n)$ – кусочно гладкая, $\zeta(t_k) = A_k$, кривизна кривой L постоянна при $\tau \in (t_k, t_{k+1})$, $t = 1, \ldots, n-1$. Касательная к кривой L в точке $\zeta(\tau)$ образует с вещественной осью угол $\theta(\tau)$.

Обозначим через f, $f : \Pi^+ \to \Delta$ – голоморфное и однолистное отображение верхней полуплоскости Π^+ на круговой n-угольник Δ. Прообразы вершин $A_1, A_2, \ldots, A_n$, при отображении f обозначим через $a_1, a_2, \ldots, a_n$, прообраз точки $\zeta(\tau) \in L$ обозначим через $\omega(\tau)$, $\omega(t_k) = a_k$.

Теорема. *Отображение f удовлетворяет уравнению*

$$\ln f'(z) = \sum_{k=1}^{n} \gamma_k \ln(z - a_k) - \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{n-1} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \ln(\omega(\tau) - z)\, d\theta(\tau) + c, \tag{1}$$

где c – константа, $\gamma_k = \alpha_k - 1$.

Формула (1) получена с помощью интегральной формулы Коши. Заметим, что в случае, когда все стороны кругового n-угольника – прямолинейные отрезки, т. е. $\theta(\tau) = 0$, $\tau \in (t_1, t_n)$, формула (1) примет вид формулы Кристоффеля-Шварца. Частный случай формулы (1), когда круговой n-угольник представляет собой плоскость с разрезом по гладкой кривой, состоящей из двух дуг окружностей, получен в работе [1] (см. также [2]).

Известно, что отображение f удовлетворяет дифференциальному уравнению

Шварца

$$\frac{f'''(z)}{f'(z)} - \frac{1}{2}\left(\frac{f''(z)}{f'(z)}\right)^2 = \sum_{k=1}^{n} \frac{1-\alpha_k^2}{2(z-a_k)^2} - \frac{M_k}{z-a_k}. \qquad (2)$$

Находя производную Шварца отображения f из уравнения (1) и сравнивая ее с правой частью уравнения (2), получаем следующее представление для параметров M_k:

$$M_k = -\sum_{j=1, j\neq k}^{n} \frac{\gamma_k \gamma_j}{a_k - a_j} + \frac{1}{\pi}\lim_{z\to a_k}(z-a_k)\left(\sum_{k=1}^{n}\frac{\gamma_k}{z-a_k}\sum_{k=1}^{n-1}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\frac{1}{\omega(\tau)-z}d\theta(\tau) - \right.$$
$$\left. - \frac{1}{2\pi}\left(\sum_{k=1}^{n-1}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\frac{1}{\omega(\tau)-z}d\theta(\tau)\right)^2 + \sum_{k=1}^{n-1}\int_{t_k}^{t_{k+1}}\frac{1}{\big(\omega(\tau)-z\big)^2}d\theta(\tau)\right).$$

Настоящая работа выполнена при поддержке Программы повышения международной конкурентоспособности Томского государственного университета на 2013-2020 гг.

Литература

1. Куфарев П. П. *Об одном специальном семействе однолистных функций* // Ученые записки Томского университета. – 1947. – Т. 5. – С. 22–36.

2. *Труды П.П. Куфарева. К 100 летию со дня рождения* / Под общ. ред. И.А. Александрова. – Томск: Изд-во НТЛ, 2009. – 372 с.

CONFORMAL MAPPING OF A HALF-PLANE ONTO A CIRCULAR POLYGON

I.A. Kolesnikov

In this paper we obtain an integro-differential equation for mapping of half-plane onto a circular polygon. Using this equation and the Schwarz differential equation, we get a representation for the accessory parameters M_k.

Keywords: conformal mapping, accessory parameters, circular polygon.

УДК 514.752.44:514.772:517.548

ИЗОТЕРМИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ НА НЕГЛАДКИХ СКЛЕЙКАХ ДВУМЕРНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ

А.Н. Кондрашов[1]

1 *alexander.kondrashov@volsu.ru*; Волгоградский государственный университет

Исследуется вопрос о существовании и единственности изотермических координат на склеенных поверхностях в $\mathbb{R}^m$. Такие поверхности являются специальным случаем негладких поверхностей; для них установлен аналог известной теоремы В.М. Миклюкова (2004).